L 1 LES MATHÉMATIQUES ROMAINES

Les Romains ont peu contribué au développement des mathématiques, et des sciences en général. Ils s'approprièrent et utilisèrent les connaissances des peuples conquis (Étrusques, Phéniciens, Grecs, …).

Ils étaient cependant de grands architectes, on connaît les temples, thermes, ports, aqueducs ainsi que les villas, notamment retrouvées à Pompéi. Le traité qui contient ce que nous connaissons de la technologie architecturale romaine est le *De architectura*, écrit par Vitruve en – 25, montre une connaissance des mathématiques des civilisations antérieures.

Pour Vitruve, l'architecte doit avoir de nombreuses connaissances en géométrie, en dessin, en histoire, en mathématiques, en optique

Ils mesurèrent beaucoup et utilisèrent beaucoup les nombres. Ils nous ont laissé un système de numération et des unités de mesure qui ont longtemps perdurées.

1. Le système de numération

Les Romains écrivaient les nombres avec des "chiffres" représentés par des lettres, I, V, X, L, C, D et M, soit 7 signes.

I (*unus*, *una*, *unum*) vaut 1, son origine est un doigt.
V (*quinque*) vaut 5, son origine est la représentation d'une main (5 doigts).
X (*decem*) vaut 10, son origine est la juxtaposition de deux mains (10 doigts).
L (*quinquaginta*) vaut 50, son origine est un V et un I superposés aplati en ⊥ puis confondu avec L.
C (*centum*) vaut 100, son origine est un X et un I superposés, proche de Ж écrit ensuite >I< puis ƆIC et en abrégé Ɔ ou C**.**
D (*quingenti*) vaut 500, son origine est un ⊢ et un Ɔ superposés devenu D.
M (*mille*, *milia*) vaut 1 000, son origine un X et un Ɔ superposés devenu CIƆ.

La numérotation a été normalisée et reposait sur quatre principes :

– toute lettre placée à la droite d'une autre représentant une valeur supérieure ou égale à la sienne s'ajoute à celle-ci (ce n'est que tardivement que toute lettre d'unité placée immédiatement à gauche d'une lettre de valeur supérieure la valeur correspondante sera retranchée de la valeur qui suit, IIII devient IV),

– I est une unité pour V et X, X est une unité pour L et C et C est une unité pour D et M,

– les valeurs sont groupées en ordre décroissant,

– la même lettre, exceptée M, ne peut pas être employée plus de 4 fois consécutivement.

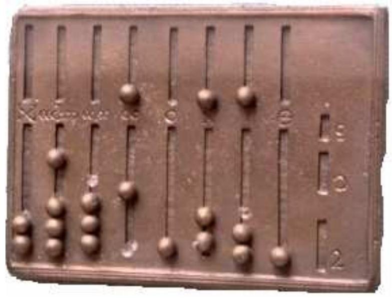
Ce système, qui simplifiait les anciens systèmes phénicien et grec, permettait d'écrire tous les nombres de 1 (I) à 4 999 (MMMMDCCCCLXXXXVIIII).

Pour connaître la valeur d'un nombre écrit en chiffres romains il faut lire le nombre de droite à gauche en additionnant les valeurs des "chiffres" :

XVI = 1 + 5 + 10 = 16 (*sedecim*)
DXI = 1 + 10 + 500 = 511 (*quingenti undecim*)
MMII = 2 × 1 + 2 × 1000 = 2 + 2 000 = 2 002 (*duo milia duo*)

MMMMDCCCCLXXXXVIIII = 4 × 1 + 5 + 4 × 10 + 50 + 4 × 100 + 500 + 4 × 1000
= 4 + 5 + 40 + 50 + 400 + 500 + 4 000
= 4 999 (*quattuor millia nongenti nonaginta novem*)

Pour calculer les Romains utilisaient une planche à compter appelée abaque (*abacus)*.



On déposait des galets dans des creux correspondant aux unités, aux dizaines, aux centaines.... On dispose d'autre part de galets que l'on dépose dans les colonnes de son choix.

Les Romains ne possédaient pas une écriture en numération décimale. Cependant, leur pratique de l'abaque montre qu'ils en possédaient le principe.

Le principe de l'addition et de la soustraction est simple à comprendre. Le transfert des retenues s'effectue en remplaçant 10 galets d'une colonne par un galet de la colonne suivante (et réciproquement).

Ainsi :
V + V = X (soit un galet dans la colonne suivante)
XXXV + VII = XXXVVII, or VV = X, donc :
= XXX X II
XXXVI + VIIII = XXXVVIIIII, or VV = X et IIIII = V, donc :
= XXX X V
XXXXVIII + VIII = XXXXVVIIIIII, or VV = X et IIIIII = VI, donc :
= XXXX X VI, or XXXXX = L, donc :
= L VI

La multiplication était un peu plus compliquée. On pouvait au choix, additionner autant de fois qu'il le fallait le nombre de départ, ou bien utiliser la pratique de la duplication avec la méthode de multiplication égyptienne.

Avec la pratique des additions successives, pour calculer XXXV × XII, les Romains procédaient comme suit :

XXXV + XXXV = XXXXXXVV — *35 + 35 =70*
= L X X
LXX + XXXV = LXXXXXV — *70 + 35 = 105*
= L L V
= C V
CV + XXXV = CXXXVV — *105 + 35 = 140*
= CXXX X
CXXXX + XXXV = CXXXXXXXV — *140 + 35 = 175*
= C L XXV
CLXXV + XXXV = CLXXXXXVV — *175 + 35 = 210*
= CL L X
= C C X
CCX + XXXV = CCXXXXV — *210 + 35 = 245*
CCXXXXV + XXXV = CCXXXXXXXVV — *245 + 35 = 280*
= CC L XX X
CCLXXX + XXXV = CCLXXXXXXV — *280 + 35 = 315*
= CCL L XV
= CC C XV

CCCXV + XXXV = CCCXXXXVV *315 + 35 = 350*

= CCCXXXX X

= CCC L

CCCL + XXXV = CCCLXXXV *350 + 35 = 385*

CCCLXXXV + XXXV = CCCLXXXXXXVV

= CCCL L X X

= CCC C X X *385 + 35 = 420*

D’où :

XXXV × XII = CCCCXX *35 × 12 = 420*

Pour calculer CXXIIII × XVII, avec le procédé des additions successives, le processus est le suivant :

CXXIIII + CXXIIII = CCXXXXIIIIIIII *124 + 124 = 248*

= CCXXXX V III

CCXXXXVIII + CXXIIII = CCCXXXXXXVIIIIIII *248 + 124 = 372*

= CCC L XV V II

= CCC L X X II

CCCLXXII + CXXIIII = CCCCLXXXXIIIIII *372 + 124 = 496*

= CCCCLXXXX V I

CCCCLXXXXVI + CXXIIII = CCCCCLXXXXXXVIIIII *496 + 124 = 620*

= D L L XV V

= D C X X

DCXX + CXXIIII = DCCXXXXIIII *620 + 124 = 744*

DCCXXXXIIII + CXXIIII = DCCCXXXXXXIIIIIIII *744 + 124 = 868*

= DCCC L X V III

DCCCLXVIII + CXXIIII = DCCCCLXXXVIIIIIII *868 + 124 = 992*

= DCCCCLXXXV V II

= DCCCCLXXX X II

DCCCCLXXXXII + CXXIIII = DCCCCCLXXXXXXIIIIII *992 + 124 = 1116*

= D D L L X V I

= M C X V I

MCXVI + CXXIIII = MCCXXXVIIIII *1116 + 124 = 1240*

= MCCXXXV V

= MCCXXX X

MCCXXXX + CXXIIII = MCCCXXXXXXIIII *1240 + 124 = 1364*

= MCCC L XIIII

MCCCLXIIII + CXXIIII = MCCCCLXXXIIIIIIII *1364 + 124 = 1488*

= MCCCCLXXX V III

MCCCCLXXXVIII + CXXIIII = MCCCCCLXXXXXVIIIIIII *1488 + 124 = 1612*

= M D L L V V II

= M D C X II

MDCXII + CXXIIII = MDCCXXXIIIIII *1612 + 124 = 1736*

= MDCCXXX V I

MDCCXXXVI + CXXIIII = MDCCCXXXXXVIIIII *1736 + 124 = 1860*

= MDCCC L V V

= MDCCC L X

MDCCCLX + CXXIIII = MDCCCCLXXXIIII *1860 + 124 = 1984*

MDCCCCLXXXIIII + CXXIIII = MDCCCCCLXXXXXIIIIIIII *1984 + 124 = 2108*

= MD D L L V III

= M M C V III

D’où :

CXXIIII × XVII = MMCVIII *124 × 12 = 2108*

Avec la pratique de la duplication, pour calculer XXXV × XII, les Romains procédaient comme suit :

XXXV × II = XXXV + XXXV = XXXXXXVV *35 × 2 = 70*
= L X X

XXXV × IIII = LXX + LXX = LLXXXX *35 × 4 = 140*
= C XXXX

XXXV × VIII = CXXXX + CXXXX = CCXXXXXXXX *35 × 8 = 280*
= CC L XXX

Or, XII = VIII + IIII, d'où :

XXXV × XII = CXXXX + CCLXXX = CCCLXXXXXXX *35 × 12 = 420*
= CCCL L XX
= CCC C XX

Les calculs intermédiaires étaient effectués au brouillon, dans du sable ou avec un abaque, puis présentés comme suit :

I	XXXV
II	LXX
IIII	CXXXX
VIII	CCLXXX
XII	CCCCXX

Et pour calculer CXXIIII × XVII, les Romains procédaient comme suit :

CXXIIII × II = CXXIIII + CXXIIII = CCXXXXIIIIIIII *124 × 2 = 248*
= CCXXXX V III

CXXIIII × IIII = CCXXXXVIII + CCXXXXVIII *124 × 4 = 496*
= CCCCXXXXXXXXVVIIIIII
= CCCC L XXX X V I

CXXIIII × VIII = CCCCLXXXXVI + CCCCLXXXXVI *124 × 8 = 992*
= CCCCCCCCLLXXXXXXXXVVII
= D CCC C L XXX X II

CXXIIII × XVI = DCCCCLXXXXII + DCCCCLXXXXII *124 × 16 = 1984*
= DDCCCCCCCCLLXXXXXXXXIIII
= M D CCC C L XXXIIII

Or, XVII = XVI + I, d'où:

CXXIIII × XVII = MDCCCCLXXXIIII + CXXIIII *124 × 17 = 2108*
= MDCCCCCLXXXXXIIIIIIII
= MD D L L V III
= M M C V III

Les calculs étaient présentés comme suit :

I	CXXIIII
II	CCXXXXVIII
IIII	CCCCLXXXXVI
VIII	DCCCCLXXXXII
XVI	MDCCCCLXXXIIII
XVII	MMCVIII

Il est probable que les Romains utilisaient aussi la "multiplication" par 10 et la "division" par 2, comme le faisaient les Égyptiens.

Ainsi pour calculer CXXIIII × XVII on peut procéder ainsi :

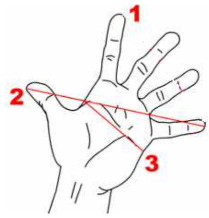
CXXIIII × X = MCCXXXX (il suffit de décaler d'une colonne) *124 × 10 = 1240*

CXXIIII × V = DCXX (c'est la moitié de MCCXXXX) *1240 **:** 2 = 620*

Or, XVII = X + V + II

CXXIIII × II = CXXIIII + CXXIIII = CCXXXXIIIIIIII = CCXXXXVIII
D’où :
CXXIIII × XVII = MCCXXXX + DCXX + CCXXXXVIII
= MDCCCCCXXXXXXXXXXVIII
= MD D C VIII
= M M C VIII

2. Les unités de mesure



Dans l’antiquité les unités de mesure de longueur étaient basées sur la physiologie de la main (1) et de l’avant bras.

Sur le schéma ci-contre on a la distance entre l'index et l'auriculaire (2) soit environ 15 cm parfois nommé palme ou "double paume".

La paume (3) étant d'environ 7,5 cm.

Dans l’Antiquité romaine, on utilisait 11 **unités de mesure de longueur** :
- *digitus* (doigt) qui valait 1/16 de pied soit 18,525 mm,
- *palmus* (palme) qui valait ¼ de pied soit 7,41 cm,
- *pes* (pied) qui valait 29,64 cm,
- *cubitus* (coudée) qui valait 1 ½ pieds soit 44,46 cm,
- *gradus* (pas simple) qui valait 2 ½ pieds soit 0,741 m,
- *passus* (double pas) qui valait 1,482 m,
- *pertica* (perche) qui valait 5 pieds soit 2,964 m,
- *actus* (arpent) qui valait 120 pieds soit 35,568 m,
- *stadium* (stade) qui valait 625 pieds soit 185,25 m,
- *milliarium* (mille) qui valait 5 000 pieds soit 1,482 km,
- *leuga* (lieue) qui valait 7 500 pieds soit 2,223 km.

Le pied et la coudée étaient très utilisés. Le doigt et la paume servaient à mesurer de petites longueurs.

Le pas, qui représente la longueur moyenne d’une enjambée, était moins utilisé que le double pas.

L’arpent et le stade étaient utilisés pour mesurer les champs.

Le mille et la lieue étaient utilisés pour mesurer les distances entre les villes. La lieue représente la distance que l’on peut parcourir en 30 minutes.

Dans l’Antiquité romaine, on utilisait 9 **unités de mesure de surface** :
- *pes quadratus* (pied carré) qui valait 1/14 400 d’acre soit 875 cm^2,
- *scripulum* (perche carrée) qui valait 1/144 d’acre soit 8,75 m^2,
- *actus minimus* (aune de sillons) qui valait 1/30 d’acre soit 42 m^2,
- *clima* (vergée) qui valait 1/4 d’acre soit 315 m^2,
- *actus quadratus* (acre) qui valait 1260 m^2,
- *jugerum* (jugère) qui valait 2 acres soit 2 520 m^2,
- *heridium* (matutine) qui valait 4 acres soit 5 040 m^2,
- *centuria* (centurie) qui valait 400 acres soit 50,4 ha,
- *saltus* () qui valait 1 600 acres soit 201,6 ha.

Dans l’antiquité les unités de mesure de volume étaient basées sur les contenants utilisés, comme la bouche, la cuillère, l’amphore ou la mesure.

amphora

modius

Dans l'Antiquité romaine, pour mesurer les **liquides**, on utilisait 11 **unités de mesure de volume** :

- *ligula* (cuillerée) qui valait 1/48 de setier ou 3/4 pouces cubes, soit 1 ⅛ cL,
- *cyathus* (coupette) qui valait 1/12 de setier ou 3 pouces cubes soit 4 ½ cL,
- *sextans* (sixième de setier) qui valait 1/6 de setier ou 6 pouces cubes soit 9 cL,
- *triens* (tiers de setier) qui valait 1/3 de setier ou 12 pouces cubes soit 18 cL,
- *hemina* (hémine) qui valait 1/2 de setier ou 18 pouces cubes soit 27 cL,
- *cheonix* (double tiers de setier) qui valait 2/3 de setier ou 24 pouces cubes soit 36 cL,
- *sextarius* (setier) qui valait 36 pouces cubes soit 54 cL,
- *congius* (conge) qui valait 6 setiers ou 36 pouces cubes soit 3 ¼ L,
- *urna* (urne) qui valait 24 setiers ou 864 pouces cubes soit 13 L,
- *amphora* (amphore) qui valait 48 setiers ou 1 728 pouces cubes soit 26 L,
- *culleus* (outre) qui valait 960 setiers ou 34 560 pouces cubes soit 520 L.

La cuillerée et la coupette étaient utilisées pour compter des gouttes de liquide, l'urne et l'amphore l'étaient pour mesurer des volumes de vin.

Pour mesurer les **grains**, on utilisait 7 **unités de mesure de volume** :

- *acetabulum* (gobelette) qui valait 1 /128 de mesure ou 2 ¼ pouces cubes soit 6 ¾ cL,
- *quatarius* (quart de setier) qui valait 1/64 de mesure ou 4 ½ pouces cubes soit 13 ½ cL,
- *hemina* (hémine) qui valait 1/32 de mesure ou 9 pouces cubes soit 27 cL,
- *sextarius* (setier) qui valait 1/16 de mesure ou 36 pouces cubes soit 54 cL,
- *semodius* (gallon) qui valait 1/2 mesure ou 288 pouces cubes soit 4 ⅓ L,
- *modius* (mesure) qui valait 576 pouces cubes soit 8 ⅔ L,
- *quadrantal* (boisseau) qui valait 3 mesures ou 1 728 pouces cubes soit 26 L, c'est le pied cube.

La gobelette servait à mesurer de petits volumes de grains, le gallon et la mesure pour mesurer les grandes quantités.

Dans l'Antiquité romaine, on utilisait 9 **unités de mesure de masse** :

- *chalcus* () qui valait 1/48 de drachme soit environ 70,3 mg,
- *siliqua* () qui valait 1/18 de drachme soit environ 0,19 g,
- *obulus* (obole) qui valait 1/6 de drachme soit environ 0,56 g,
- *scrupulum* (scrupule) qui valait 1/3 de drachme soit 1,125 g,
- *drachma* (drachme) qui valait 3,375 g,
- *sicilicus* (silice) qui valait 2 drachmes soit 6,75 g,
- *uncia* (once) qui valait 8 drachmes soit 27 g,
- *libra* (livre) qui valait 96 drachmes soit 324 g,
- *mina* (mine) qui valait 128 drachmes soit 432 g.

Tous les multiples de l'once romaine avaient leurs propres noms : *uncia* (1 once), *sextrans* (2 onces), *trians* (3 onces), *quadrans* (4 onces), *quincunx* (5 onces), *semis* (6 onces), *septunx* (7 onces), *bes* (8 onces), *dodrans* (9 onces), *dextans* (10 onces), *deunx* (11 onces), *as* (12 onces) et sescuncia (1 once et demi).

3. La géométrie romaine

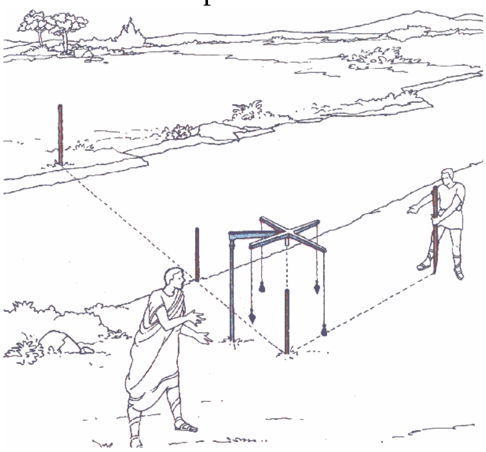
La géométrie romaine reprit les connaissances des peuples conquis. Les Romains appliquèrent ces connaissances dans l'arpentage et dans la construction de voies, d'aqueducs, de thermes, …

Les géomètres et arpenteurs romains, les *agrimensores*, sont parmi les plus éminents représentants de la géométrie et de la technique romaines.

La **pratique de l'arpentage**, et du bornage, a été appliquée pour la fondation d'une ville ou l'édification d'un édifice public. Par la suite, sous l'Empire, cette pratique fut appliquée pour les mesures d'attribution de lopins de terres aux vétérans de la Légion, l'établissement de colons romains dans les provinces et les territoires conquis, le bornage général de l'Empire décrété par Auguste et la séparation des terrains privés et publics.

Pour arpenter les Romain utilisaient un instrument appelé *groma*.

C'était une perche verticale supportant à son extrémité supérieure un croisillon monté sur un tourillon : le croisillon pouvait ainsi tourner dans le plan horizontal, parallèle au sol. Chaque bras du croisillon supportait à son extrémité un fil à plomb.



La *groma* servait à vérifier les alignements et la correction des directions perpendiculaires et par abus de langage, pour désigner le centre d'un camp militaire romain ou le forum lors de la fondation d'une ville, à l'intersection du *cardo maximus* et du *decumanus maximus*, car l'angle droit formé par les directions de ces deux artères, était vérifié à la *groma*.

La science du *finitor* (celui qui marque les limites), permet de mesurer la terre ou géodésie (du grec, *γη δαιω* qui signifie "*je divise la terre*"). Cette science appliquée touche aux mathématiques, à l'astronomie, à la métrologie et à la géographie, toutes disciplines qui interviennent dans l'art du *finitor*. Le but utilitaire de la géodésie est de déterminer avec le plus de précision possible les coordonnées d'un certain nombre de points (géodésiques), servant de charpente ou d'ossature aux levés topographiques pour l'établissement de la carte.

La *centuriatio* (centuriation) consiste en la **délimitation d'un territoire**, *limitatio*, d'une certaine ampleur, ce qui la différencie d'un lotissement agricole local (partage d'une terre) ou d'une construction d'un camp ou d'une ville. Ces trois spécialités bien qu'utilisant des principes semblables n'ont pas la même finalité. En d'autres termes, c'est différencier l'œuvre du géomètre, de celle de l'arpenteur ou encore de l'aménageur-architecte. Les cadastres sont par nature des constructions géométriques.

L'*agrimensor* romain choisissait d'abord le centre de la ville (*umbilicus soli*). Le mot *soli* est souvent supprimé ; il vient du fait qu'on y prenait la première mesure du Sud à l'aide du Soleil.

Il devait aussi décider de l'**orientation des voies**, s'il avait des raisons de ne pas en diriger un vers le Nord, et s'il avait des raisons de ne pas faire des voies exactement perpendiculaires. En effet par défaut le Nord était la direction d'un des axes (issu du bornage étrusque).

Puis il traçait, à partir du centre, les deux axes routiers perpendiculaires à l'aide de la groma :

- Le premier en direction est-ouest (ou celui dans la direction la plus proche), appelé *decumanus maximus*,
- le second en direction nord-sud (ou celui dans la direction la plus proche), dit *cardo maximus*.

Après avoir délimité la ville, on prolongeait ces deux routes sur tout le territoire agricole environnant en passant par les portes pratiquées dans l'enceinte de la ville.

Le géomètre se positionnait devant le viseur (*umbelicus*), le regard tourné vers l'ouest et définissait le territoire par les noms suivants :

– *ultra*, ce qu'il voyait devant
– *citra*, ce qu'il avait dans le dos
– *dextra*, ce qu'il voyait à sa droite
– *sinistra*, ce qu'il voyait à sa gauche.

La centuriation de Carthage

Les arpenteurs romains furent désignés par différentes appellations selon les époques : *decempetador*, *finitor* ou *metator* sous la République, *togati Augustorum* comme fonctionnaire de l'Empire ou *professor* pour ceux qui formaient de apprentis.

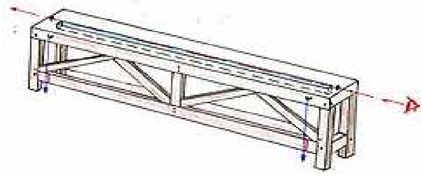
Les Romains appliquèrent aussi leurs connaissances en géométrie pour, par exemple, **calculer la pente des aqueducs** pour permettre à l'eau transportée de s'écouler régulièrement.

Par exemple l'aqueduc, de 49,702 km de longueur, qui apportait l'eau de la Fontaine d'Eure, située au pied d'Uzès, jusqu'à la ville romaine de *Nemausus*, aujourd'hui Nîmes.

Les eaux de la source proviennent en partie de la rivière d'Alzon, qui passe dans les environs d'Uzès, et des eaux récoltées du mont Bouquet, situé plus près d'Alès.

L'aqueduc proprement dit témoigne de la maîtrise des constructeurs romains : le dénivelé entre les points de départ et d'arrivée n'est que de 12,6 m, la pente moyenne générale étant de 24,8 cm par km. Le dénivelé était fixé avec un outil, le *chorobate.*

Il s'agissait d'une règle dans laquelle était creusée une rainure que l'arpenteur remplissait d'eau. À chaque extrémité de la règle, un fil à plomb permettait de matérialiser la verticale, dont l'horizontalité de la visée.



En inclinant la règle, un simple contrôle visuel permettait d'apprécier l'écoulement de l'eau dans la rainure. De cette observation, il était possible de déduire la pente à donner à l'aqueduc pour garantir à l'ouvrage le même écoulement.

L'aqueduc de Nîmes a sans doute été construit au 1er siècle de notre ère.